

APPROXIMATION TO THE REDUCED STRESS TENSOR COMPONENTS USING THE PLANE STRESS STATE

Summary

In this study, the thickness calculation method of thin-shell elements used in FEM strength analysis was described. An equation was brought out using the tensor components of two dimensions stress state. The equation is a modified form of the H-M-H hypothesis. This equation allows to compute the wall thickness in simple strength cases in the first iterative step.

APROKSYMACJA NAPRĘŻEŃ ZREDUKOWANYCH Z WYKORZYSTANIEM SKŁADOWYCH TENSORA PŁASKIEGO STANU NAPRĘŻENIA

Streszczenie

W artykule opisano metodę wyznaczania grubości elementów typu „cienka powłoka” stosowanych w badaniach wytrzymałościowych przeprowadzanych za pomocą Metody Elementów Skończonych. Wyprowadzono równanie wykorzystujące składowe tensora płaskiego stanu naprężenia. Równanie jest zmodyfikowaną formą hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego (H-M-H). Dla prostych przypadków wytrzymałościowych pozwala wyznaczyć bezpośrednio grubość blachy lub grubość ściany profilu stalowego.

1. Wprowadzenie

Nowoczesne systemy komputerowe CAD oferują szerokie możliwości oceny wielu parametrów projektowanej konstrukcji już na etapie wirtualnego prototypowania. Zabezpieczenie dowolnie wybranego punktu urządzenia przed sytuacją, w której wartość naprężenia zredukowanego σ_{red} mogłaby przekroczyć wartość naprężenia dopuszczalnego k_{dop} dla danego materiału i dla określonych warunków pracy jest jednym z podstawowych zadań, które powinno zostać uwzględnione w procesie projektowym. Obecnie do tego celu najczęściej wykorzystywana jest Metoda Elementów Skończonych, będąca wydajną techniką pozwalającą na przeprowadzanie analiz wytrzymałościowych skomplikowanych zespołów.

Moduł postprocesora programu komputerowego wykorzystującego MES zwraca wyniki i prezentuje je w postaci map naprężeń. Mapy te pozwalają zlokalizować miejsca, w których wartość naprężeń σ_{red} odbiega od wartości k_{dop} . Wskazują więc lokacje, w których należałoby wprowadzić wzmocnienia, wyciąć materiał lub zmienić grubości.

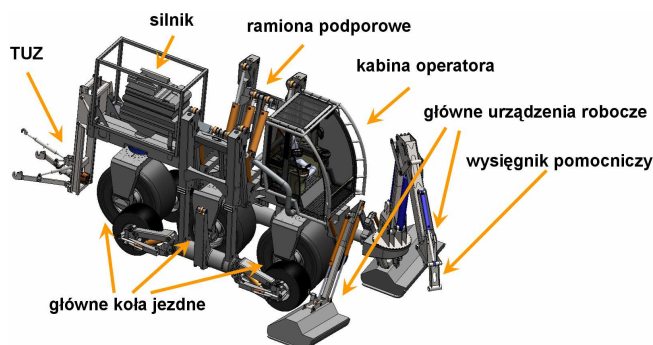
W badaniach MES konstrukcji nośnych w zdecydowanej większości przypadków stosuje się elementy typu „cienka powłoka”. Wyznaczenie grubości określanej parametrycznie bez gotowego schematu postępowania jest zadaniem kłopotliwym. Powszechnie do tego celu stosuje się procedury optymalizacyjne, wymagające uruchomienia dodatkowego oprogramowania, wyeksportowania danych i wykonania obliczeń. Przeprowadzenie tych czynności jest czasochłonne. W artykule przedstawiono koncepcyjne stadium metody, pozwalającej wyznaczyć odpowiednią wartość grubości i angażującej w minimalnym stopniu zasoby czasowe konstruktora, jak również moc obliczeniową komputera.

Celem pracy było stworzenie algorytmu wykorzystującego składowe tensora płaskiego stanu naprężenia $\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$, umożliwiającego wyznaczenie grubości elementów typu

„cienka powłoka”, które mają zastosowanie w badaniach wytrzymałościowych przeprowadzanych za pomocą Metody Skończenia Elementowej w zakresie liniowej analizy statycznej.

2. Podstawy teoretyczne

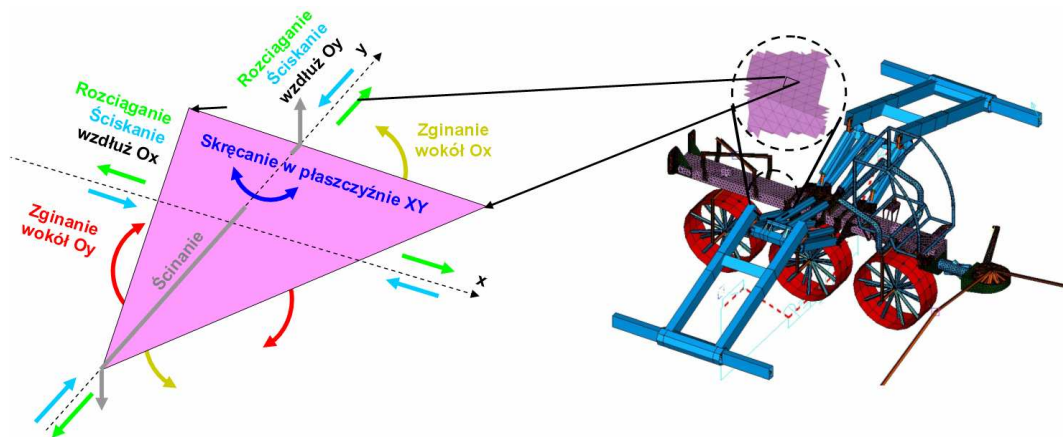
Na rys. 1 przedstawiono wirtualny model urządzenia do regeneracji otwartych cieków wodnych. Metodę, będącą przedmiotem artykułu, wykorzystano w trakcie wykonywania obliczeń wytrzymałościowych.



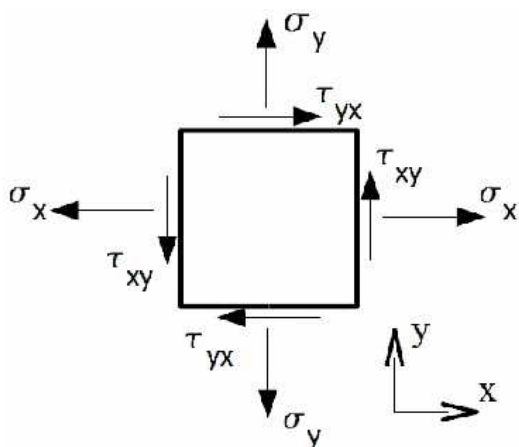
Rys. 1. Wirtualny model wielozadaniowego urządzenia do regeneracji otwartych cieków wodnych realizowany w ramach projektu badawczo-rozwojowego POIG.01.03.01-00-165/09

Fig. 1. Virtual model of multi-purpose unit for open watercourse regeneration carried out within the research and development project POIG.01.03.01-00-165/09

Model obliczeniowy (rys. 2) zbudowany został w środowisku NX IDEAS w przeważającej części za pomocą dwuwymiarowych elementów skończonych. W każdym elemencie wyszczególnić można składowe tensora płaskiego stanu naprężenia $\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$ (rys. 3) generowane przez kombinacje obciążeń prostych takich jak: rozciąganie, ściskanie, zginanie, skręcanie, ścinanie.

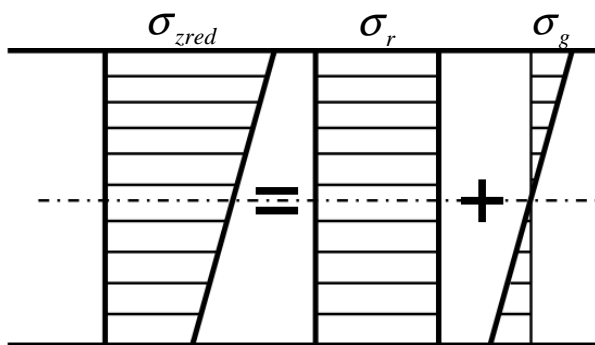


Rys. 2. Obciążenia proste w dwuwymiarowym elemencie skończonym typu „cienka powłoka”
 Fig. 2. Simple loads in 2D thin-shell finite element



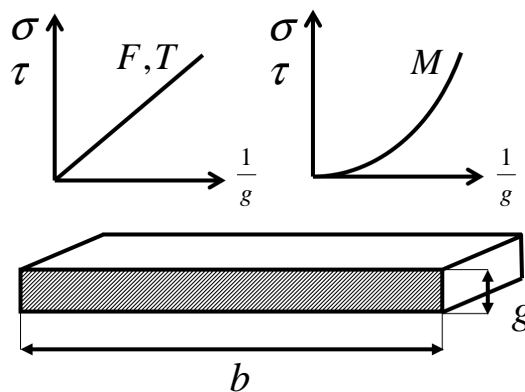
Rys. 3. Składowe tensora płaskiego stanu naprężenia [1]
 Fig. 3. Tensor components of two dimensions stress state [1]

Wartości naprężeń wynikających z obciążeń prostych (σ_{gnace_xx} , σ_{gnace_yy} , $\sigma_{rozciągające_xx}$, $\sigma_{rozciągające_yy}$, $\tau_{skrecające}$, $\tau_{scinające}$) wyznaczane są na podstawie naprężeń normalnych σ_x , σ_y oraz naprężenia stycznego τ_{xy} . Naprężenia te obliczane są przez środowisko symulacyjne oddzielnie dla powierzchni górnej i dolnej elementu skończonego (rys. 4).



Rys. 4. Rozkład naprężeń w elemencie skończonym typu „cienka powłoka” poddawany zginaniu i rozciąganiu
 Fig. 4. Stress distribution in thin-shell finite element under bending and tensile load

W przypadku działania na element sił rozciągających lub tnących przyrost naprężeń τ oraz σ jest proporcjonalny do odwrotności ich grubości. Natomiast w przypadku występowania momentów przyrost naprężeń jest proporcjonalny do kwadratu odwrotności ich grubości. Wynika z tego, że w celu czterokrotnego podniesienia wytrzymałości rozciąganego lub ścinanego elementu typu „cienka powłoka” należy grubość zwiększyć czterokrotnie. Podniesienie wytrzymałości dla elementu zginanego lub skręcanego o tę samą wartość wymaga zwiększenia grubości już tylko dwukrotnie (rys. 5).



Rys. 5. Przyrost naprężeń normalnych i stycznych w funkcji odwrotności grubości
 Fig. 5. Normal and shear stresses increase as a inverse thickness function

W przypadku występowania złożonego stanu obciążenia dla materiałów sprężysto-plastycznych dla wyznaczenia grubości najwygodniej jest posłużyć się hipotezą wytrzymałościową H-M-H, która opisana jest zależnością:

$$\sigma_{zred} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau^2} \quad (1)$$

Dla prostych przypadków wytrzymałościowych wymaganą grubość elementu skończonego uzyskujemy wprost po wvrugowaniu z równania (7) wartości $grubosc - \sigma_{zred_pozadane}$. Można to uzyskać przez zastąpienie w równaniu (1) naprężenia normalnego sumą naprężeń rozciągających i gnących (2) oraz naprężenia stycznego – sumą naprężeń tnących i skręcających (3) oraz wprowadzając współczynnik β (4) (5) (6), będący wielkością pomocniczą.

$$\sigma = \sigma_{gnace} + \sigma_{rozciągające} \quad (2)$$

$$\tau = \tau_{skrecajace} + \tau_{scinajace} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{grubosc - \sigma_{zred_pozadane}}{grubosc - \sigma_{zred}} \quad (4)$$

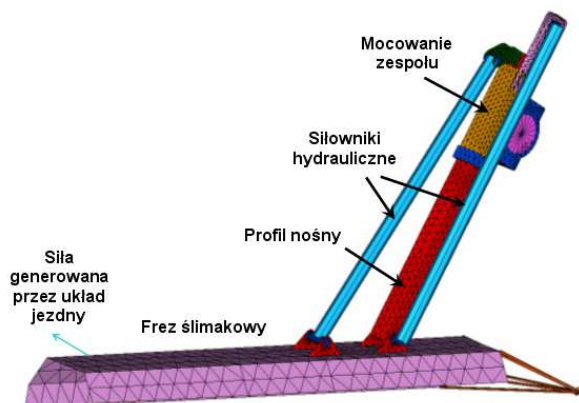
$$\sigma_{obl.} = \frac{\sigma_{gnace}}{\beta^2} + \frac{\sigma_{rozciagajace}}{\beta} \quad (5)$$

$$\tau_{obl.} = \frac{\tau_{skrecajace}}{\beta^2} + \frac{\tau_{scinajace}}{\beta} \quad (6)$$

$$\sigma_{zred_pozadane} = \sqrt{\sigma_{xx_obl.}^2 + \sigma_{yy_obl.}^2 - \sigma_{xx_obl.} \cdot \sigma_{yy_obl.} + 3\tau_{obl.}^2} \quad (7)$$

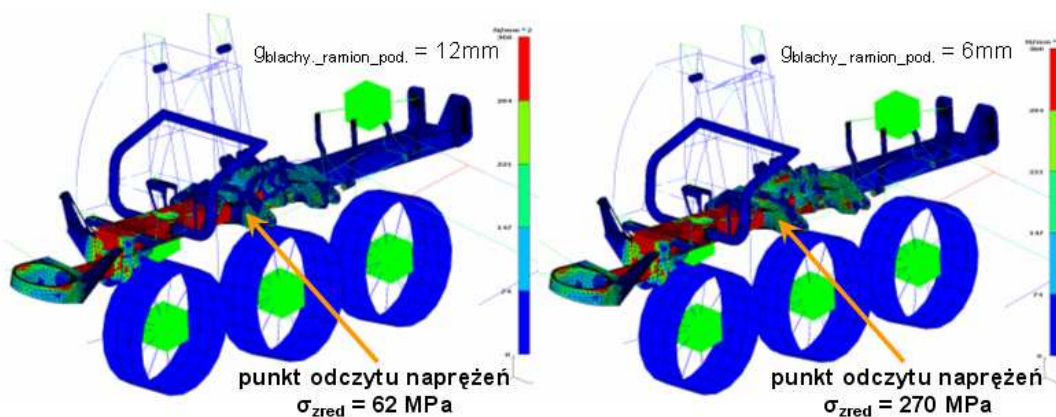
3. Wyniki badań i ich dyskusja

Na rys. 6 i 7 przedstawiono model obliczeniowy oraz wyniki analiz wytrzymałościowych zespołu mocującego narzędzia robocze. Profil nośny zaprezentowanego węzła konstrukcyjnego poddawany jest w głównej mierze zginaniu i skręcaniu. Stan ten wywołuje w elementach skończonych złożony stan naprężeń, głównie rozciąganie, ścinanie i skręcanie. Wartość naprężeń zredukowanych dla pierwotnej grubości ściany profilu w punkcie odczytu wynosiła 340 MPa. Dla zastosowanego materiału przyjęto wartość naprężeń $k_{dop} = 270 MPa$. Posługując się równaniem (7) obliczono grubość profilu $g=8mm$.



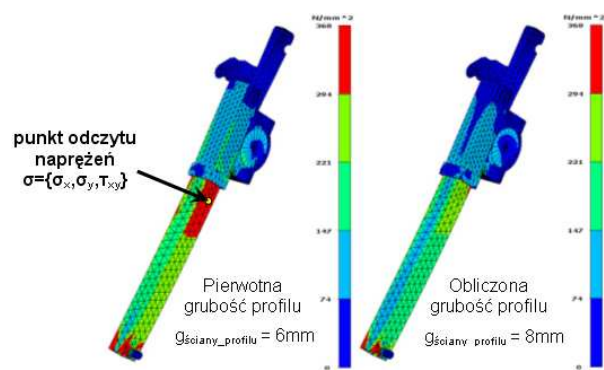
Rys. 6. Model obliczeniowy zespołu mocującego główne narzędzia robocze

Fig. 6. Computational model of a main working tools assembly



Rys. 8. Wyniki analiz wytrzymałościowych ramy maszyny

Fig. 8. FEM map of the machine frame



Rys. 7. Wyniki analiz wytrzymałościowych dla pierwotnej i obliczonej grubości profilu nośnego

Fig. 7. Carrier tube FEM map for the initial and the calculated thickness

Na rys. 8 przedstawiono mapy naprężeń ramy maszyny dla różnych grubości blachy mocującej ramiona podporowe. W punkcie wskazanym strzałką występują naprężenia σ_{zred} o wartości znacznie niższej od naprężeń dopuszczalnych k_{dop} . Oznacza to, że element został wykonany z blachy o zbyt dużej grubości. Jej zmniejszenie wpłynie jednak negatywnie na sztywność całego podzespołu przenoszącego obciążenie. W tym przypadku, nie jest możliwe uzyskanie satysfakcjonującego rezultatu w pierwszym kroku iteracyjnym. Uzyskanie pożądanego wyniku (270 MPa) wymagało dodatkowo dwukrotnego przeprowadzenia obliczeń.

4. Podsumowanie

Wykorzystanie równania dla prostych przypadków wytrzymałościowych umożliwia wyznaczenie nowej grubości elementów typu „cienka powłoka” w pierwszym kroku iteracyjnym.

Możliwe jest rozwinięcie metody, umożliwiającej wyznaczanie grubości blach dla bardziej złożonych przypadków i pozwalające zmniejszyć do minimum liczbę iteracji, przy jednoczesnym zachowaniu dokładności obliczeń.

5. Literatura

- [1] Kowalewski Z.: Podstawy wytrzymałości materiałów. Warszawa: Politechnika Warszawska, 2010.
- [2] Dokumentacja techniczna systemu NX I-DEAS 6.
- [3] Pawłowski T., Szczepaniak J.: Współczesna metodyka projektowania i weryfikacji konstrukcji maszyn rolniczych. Inżynieria Rolnicza, 2005, nr 14 (74).