Wojciech TANAŚ[2], Evgenij GALUSHKO[1], Andrej SYENKOV[1], Konstantin SHYESTAKOV[1], Mariusz SZYMANEK[2]
[1] Belarusian State Agrarian Technical University
99 Nezavisimosti Avenue, Minsk 220023, Belarus
e-mail: evgalushko@mail.ru
[2] University of Life Sciences in Lublin, Poland

Войцех ТАНАСЬ[2], Евгений ГАЛУШКО[1], Андрей СЕНЬКОВ[1], Константин ШЕСТАКОВ[1], Марюш ШИМАНЭК[2]
[1] Белорусский государственный аграрный технический университет
г. Минск, пр. Независимости 99 к.1, Беларусь
e-mail: evgalushko@mail.ru
[2] Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie, Poland

MATHEMATICAL MODEL AND METHOD OF BALANCING FEED RATIONS FOR CATTLE IN DECISION SUPPORT SYSTEMS

Summary

This paper proposes mathematical model and algorithm of computation of a well balanced ration for cattle feeding. The work presents formulation of mathematical model and description of programming algorithm allowing computing an optimal ration with the consideration of the productivity and weight of a cattle animal and providing its daily needs for all basic nutrient components and microelements.
Key words: *decision support system, optimization, cattle, feed ration*

МЕТОДИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ БАЛАНСИРОВАНИЯ РАЦИОНОВ КОРМОВ В СИСТЕМАХ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Аннотация

В статье предложены математическая модель и алгоритм расчета сбалансированного рациона кормления крупного рогатого скота. В работе представлено корректировка математической модели и разработка алгоритма программы балансирования рационов, позволяющих рассчитать суточную потребность организма животного в питательных веществах и микроэлементах для заданного набора кормов с учетом планируемой продуктивности и веса животного.
Ключевые слова: *система поддержки принятия решений, оптимизация, крупный рогатый скот, рацион*

METODYKA I MATEMATYCZNY MODEL BILANSU POKARMOWEGO BYDŁA MLECZNEGO W SYSTEMACH WSPOMAGANIA DECYZJI

Streszczenie

W publikacji zaproponowano matematyczny model i algorytm określenia zbilansowanej dawki pokarmowej dla krów mlecznych. W pracy przedstawiono korektę matematycznego modelu i opracowano algorytm programu bilansowania dawek pokarmowych. Opracowany model i algorytm pozwalają wyznaczyć dobowe zapotrzebowanie organizmu zwierzęcia na składniki pokarmowe i mikroelementy z uwzględnieniem zestawu pasz, planowanego udoju mleka i masy zwierzęcia.
Słowa kluczowe*: system wspomagania decyzji, optymalizacja, stado krów mlecznych, dawka pokarmowa*

1. Введение

Качественный и оптимальный состав рациона кормления молочных коров является важным условием их высокой продуктивности. Поэтому составление сбалансированного по питательности и стоимости рациона – это практическая задача, с которой постоянно приходится иметь дело специалисту-зоотехнику. В настоящее время с развитием компьютерных технологий и систем поддержки принятия решений (СППР) [1, 2] в сельское хозяйство достаточно успешно внедряются компьютерные программы и методы расчета рационов кормления [3, 4]. СППР позволяют:
– сформировать множество альтернативных вариантов решения задачи расчета рациона;
– получить результаты сравнения альтернатив;
– выбрать лучшую альтернативу, которая и выдается системой в качестве рекомендации для пользователя;
– значительно сократить время, затрачиваемое специалистом-зоотехником на решение задачи расчета сбалансированного рациона.

2. Состояние проблемы

С середины прошлого столетия было предложено использовать методы линейного программирования для расчета рационов кормления. Предложенная в то время математическая формулировка “задачи о пищевом рационе” стала классическим примером задачи линейного программирования. Суть ее состоит в минимизации стоимости рациона при гарантированном обеспечении потребности животного во всех основных питательных компонентах (сухое вещество, обменная энергия, протеин, жир, клетчатка и т.д.). Недостатком такого подхода является перекорм животного, так как предполагается, что содержание в рационе каждого питательного компонента должно быть не меньше нормы. Кроме того, отклонения от нормы по различным питательным компонентам могут иметь различную степень значимости. Так, например, отклонение от нормы по обменной энергии должно быть минимально, в то время как по сахару или крахмалу отклонения от нормы в некоторых пределах допустимы. Также необходимо, чтобы в результате расчета получался бы рацион с оптимальной структурой, т.е. процентное соотношение количества грубых, сочных и концентрированных кормов в рационе должно соответствовать зоотехническим требованиям.

Балансирование рационов кормления скота с применением СППР позволяет решать данную задачу на более высоком качественном уровне. Предлагаемая вниманию статья посвящена структурным и алгоритмическим аспектам в системах принятия решений при формировании рационов кормления скота, сбалансированных одновременно по стоимости и нормам питательности.

3. Цели и постановка задачи

Целью данной работы является корректировка математической модели и разработка алгоритма программы балансирования рационов, позволяющих рассчитать суточную потребность организма животного в питательных веществах и микроэлементах для заданного набора кормов с учетом планируемой продуктивности и веса животного.

Исходными данными для расчета рациона молочной коровы, в соответствии с методиками, принятыми в Республике Беларусь, являются масса животного и удой: суточный удой – для лактирующих коров либо прогнозируемый удой за лактацию – для сухостойных коров [5]. Считается, что от значений этих двух величин, в основном, зависит норма суточного потребления коровой основных питательных компонентов.

Обозначим как вектор $\vec{D} = \left(D_1, \ldots, D_M\right) = \left\{D_j\right\}_{j=1,\ldots,M}$ - требуемую норму суточного потребления коровой j-го питательного компонента, где M – количество учитываемых при оптимизации рациона питательных компонентов.

Пусть специалистом-зоотехником выбрано N из имеющихся в хозяйстве кормов. Из выбранных N кормов необходимо составить такой рацион кормления, который должен:

– иметь наименьшую стоимость;

– удовлетворить потребности животного в M питательных компонентах в соответствии с требуемыми нормами.

Для математической формализации описанных требований для каждого из включенных в рацион кормов введем следующие обозначения:

a_{ij} содержание j-го питательного компонента в 1 кг i-го корма ($i = 1, \ldots, N$);

c_i – стоимость 1 кг. i-го корма;

x_i - искомое суточное потребление i-го корма.

Вектор $\vec{R} = \left(\vec{R}_1, \ldots, \vec{R}_M\right) = \left\{R_j\right\}_{j=1,\ldots,M}$ - есть вектор содержания в рассчитываемом рационе каждого из M питательных компонентов, причем j-й элемент R_j вектора определяется следующим выражением:

$$R_j = \sum_{i=1}^{N} a_{ij} \cdot x_i \,. \tag{1}$$

Тогда относительное отклонение содержания в рационе j-го питательного компонента от суточной нормы его потребления есть разность, деленная на значение суточной нормы, и в векторной форме может быть выражена следующим образом:

$$\vec{\delta} = \left\{\frac{D_j - R_j}{D_j}\right\}_{j=1,\ldots,M} \,. \tag{2}$$

Таким образом, вектор $\vec{\delta}$ есть вектор отклонений питательности рациона от нормы по отдельным питательным компонентам. Чем точнее питательность рациона будет соответствовать требуемым нормам, тем меньше должно быть значение нормы вектора $\vec{\delta}$. Поэтому в качестве первой целевой функции предлагается использовать норму вектора $\vec{\delta}$, определяемую как взвешенная сумма модулей его элементов:

$$Z_1\left(\vec{x}\right) = \left\|\vec{B} \cdot \vec{\delta}^{\mathrm{T}}\right\| = \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^{M} \left| B_j \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} a_{ij} \cdot x_i - D_j\right)}{D_j} \right|, \tag{3}$$

где $\vec{B} = \left\{B_j\right\}_{j=1,\ldots,M}$, $B_j \ge 0$, $\sum_{j=1}^{M} B_j = 1$ - вектор нормировочных коэффициентов, значения элементов которого пропорциональны степени важности (*значимости*) отклонений рациона от нормы по тому или иному питательному компоненту. Значения коэффициентов B_j определяются методом экспертных оценок. Нормирование значений функции Z_1 путем деления на M приводит к тому, что $Z_1\left(0\right) = 1$.

В качестве второй целевой функции, очевидно, следует выбрать стоимость рациона:

$$Z_2\left(\vec{x}\right) = \sum_{i=1}^{N} c_i \cdot x_i \,. \tag{4}$$

Таким образом, математическая формулировка задачи оптимизации рациона имеет следующий вид:

$$\begin{cases} X_{\min i} \le x_i \le X_{\max i}, \quad i = 1, \ldots, N; \\ \left\langle p_i = P_i \right\rangle, \quad i = 1, \ldots, N; \\ \sum_{i=1}^{N} a_{i\,\text{ÑÂ}} \cdot x_i \ge D_{\text{ÑÂ}}, \\ \sum_{i=1}^{N} a_{i\,\text{Î Ý}} \cdot x_i \ge D_{\text{Î Ý}}, \end{cases} \tag{5}$$

$$\min\left\{Z_1\left(\vec{x}\right), Z_2\left(\vec{x}\right)\right\},$$

где $X_{\min i}$, $X_{\max i}$ – начальные ограничения на минимальное и максимальное значение массы i-го корма в суточном рационе, задаваемые при необходимости пользователем;

$p_i = \dfrac{a_{i\,\text{ÑÂ}} \cdot x_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{ÑÂ}} \cdot x_i}$ либо $p_i = \dfrac{a_{i\,\text{Î Ý}} \cdot x_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{Î Ý}} \cdot x_i}$ - процент от сухого вещества либо обменной энергии всего рациона, обеспечиваемый i-м кормом (структура рациона);

P_i – задаваемые при необходимости пользователем начальные ограничения на допустимые значения p_i, определяющие желаемую процентную структуру рациона по сухому веществу либо по обменной энергии, фигурные скобки "$\langle \ \rangle$" означают, что данное ограничение не обязательно присутствует в системе;

индексы «СВ», «ОЭ» – обозначают, соответственно, «сухое вещество» и «обменная энергия».

В указанной постановке задача расчета рациона представляет собой задачу многокритериальной (в данном случае, двухкритериальной) оптимизации.

4. Результаты работы

Для решения многокритериальной оптимизационной задачи (5) предлагается использовать метод взвешенной суммы [6], при котором в качестве единственной минимизируемой целевой функции выбирается взвешенная сумма обеих первоначальных целевых функций:

$$Z(\vec{x}) = w_1 \cdot Z_1(\vec{x}) + w_2 \cdot Z_2(\vec{x}),$$

где w_1, w_2 – некоторые весовые коэффициенты, причем $w_1 > 0$, $w_2 > 0$, $w_1 + w_2 = 1$.

При таком подходе затруднение представляет тот факт, что целевые функции $Z_1(\vec{x})$, $Z_2(\vec{x})$ имеют разные размерности: значения $Z_1(\vec{x})$ измеряются в безразмерных относительных единицах, а значения $Z_2(\vec{x})$ - в денежных единицах. Поэтому решение задачи (5) предлагается проводить в два этапа.

На первом этапе необходимо найти решение однокритериальной задачи, где в качестве целевой функции используется только функция $Z_1(\vec{x})$:

$$\begin{cases} X_{\min i} \le x_i \le X_{\max i}, \quad i = 1,...,N; \\ \langle p_i = P_i \rangle, \quad i = 1,...,N; \\ \sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{ÑÂ}} \cdot x_i \ge D_{\text{ÑÂ}}, \\ \sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{Î Ý}} \cdot x_i \ge D_{\text{Î Ý}}, \end{cases} \qquad (6)$$

$$Z_1(\vec{x}) \to \min.$$

Результатом решения задачи (6) будет рацион $\vec{x}_1$, оптимизированный по питательности, для которого сумма отклонений от требуемых норм питательности по основным учитываемым питательным компонентам будет минимальна. Т.е., рацион $\vec{x}_1$ будет максимально приближен по содержанию основных питательных компонентов к требуемым нормам. Задача (6) представляет собой задачу линейного программирования и может быть решена симплекс-методом с искусственным базисом [7]. Подробное описание алгоритма решения задачи (6) с использованием симплекс-метода с искусственным базисом приведено авторами настоящей статьи в работе [8, 9].

После решения задачи (6) необходимо по формуле (4) вычислить стоимость рациона $\vec{x}_1$:

$$C_1 = \sum_{i=1}^{N} c_i \cdot x_{1\,i}.$$

На втором этапе для устранения несоответствия размерностей целевых функций $Z_1(\vec{x})$, $Z_2(\vec{x})$ из (5) необходимо, вместо $Z_2(\vec{x})$, использовать целевую функцию, определяемую следующим образом:

$$Z_2^*(\vec{x}) = \frac{Z_2(\vec{x}) - C_1}{C_1}. \qquad (7)$$

Выраженная указанным способом целевая функция $Z_2^*(\vec{x})$ по смыслу представляет собой отклонение стоимости $Z_2(\vec{x})$ некоторого рациона $\vec{x}$ от стоимости C_1 оптимального по питательности рациона $\vec{x}_1$, деленное на значение стоимости C_1. Таким образом, значения функции $Z_2^*(\vec{x})$ измеряются в безразмерных относительных единицах, что совпадает с размерностью целевой функции $Z_1(\vec{x})$.

Теперь для поиска рациона, оптимального одновременно по питательности и по стоимости, необходимо, используя метод взвешенных сумм, решить следующую однокритериальную оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} X_{\min i} \le x_i \le X_{\max i}, \quad i = 1,...,N; \\ \langle p_i = P_i \rangle, \quad i = 1,...,N; \\ \sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{ÑÂ}} \cdot x_i \ge D_{\text{ÑÂ}}, \\ \sum\limits_{i=1}^{N} a_{i\,\text{Î Ý}} \cdot x_i \ge D_{\text{Î Ý}}, \end{cases} \qquad (8)$$

$$Z(\vec{x}) = w_1 \cdot Z_1(\vec{x}) + w_2 \cdot Z_2^*(\vec{x}) \to \min.$$

Целевая функция $Z(\vec{x})$ в (8) представляет собой взвешенную сумму двух конфликтующих целевых функций. Так, для уменьшения стоимости рациона необходимо уменьшать массу кормов в нем, что приведет к уменьшению значения $Z_2^*(\vec{x})$, однако при этом рацион все более будет отклоняться от требуемых оптимальных норм питательности, а значит, будет возрастать значение $Z_1(\vec{x})$.

Значения весовых коэффициентов w_1, w_2, как и значения B_j, определяются методами экспертного оценивания.

Задача (8), подобно задаче (6), может быть решена с использованием симплекс-метода с искусственным базисом.

5. Выводы

Основным достоинством предложенной математической модели расчета рациона кормления коров является то, что специалист-зоотехник при составлении рациона имеет возможность, при необходимости, планировать его желаемую процентную структуру, исходя из зоотехнических требований, имеющихся в хозяйстве запасов данного корма и прочих условий.

Также следует отметить и то, что путем введения весовых коэффициентов B_j учитывается степень важности совпадения с нормой содержания питательных компонентов в рационе, т.е. балансирование рациона будет выполняться с максимальной точностью по основным питательным компонентам (обменная энергия, сухое вещество и т.д.), в то время как по остальным компонентам возможны отклонения от нормы в некоторых допустимых пределах.

Предложенный подход использован в Белорусском государственном аграрном техническом университете при создании компьютерной программы поддержки принятия решений при расчете рационов кормления молочных коров.

6. Литература

[1] Russel S., Norwig P.: Artificial intelligence: a modern approach. Second edition, Williams, 2006.

[2] Tanas W., Galushko E., Rolich O., Kostukevich S., Shestakov K., Mirilenko A.: Optimization of process development and support of new machinery. An international journal on operation of farm and agri-food industry machinery «Motrol» - commission of motorization and energetics in agriculture Polish Academy of Sciences Branch in Lublin, 2012, vol. 14, nr 5, p.75-78.

[3] Lukyanov B.V., Lukyanov P.B.: Novaya informatsionnaya tekhnologiya optimizatsii ratsionov dlya sel'skokhozyaystvennykh zhivotnykh (Komp'yuternyye programmy «KORALL»): Uchebno-metodicheskoye posobiye – M.: Izdvo RGAU MSKHA imeni K.A. Timiryazeva, 2009. 175 p.

[4] Lukyanov B.V., Lukyanov P.B.: Povysheniyu effektivnosti kormleniya pomozhet komp'yuternaya programma. AgroMarket, 2005, nr 3, p. 17-19.

[5] Popkov N.A. i dr.: Normy kormleniya krupnogo rogatogo skota: spravochnik. Zhodino: RUP «Nauchno prakticheskiy tsentr Natsional'noy akademii nauk Belarusi po zhivotnovodstvu», 2011. 260 p.

[6] Steuer R.E.: Multiple Criteria Optimization: Theory, Computations, and Application. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1986.

[7] Bunday B.D.: Basic Linear Programming. London WC1B 3DQ, Edward Arnold (Publishers) Ltd, 41 Bedford Square, 1984.

[8] Galushko E. V. , Bondar N.F., Semenov A.V. i dr.: Programma interaktivnogo balansirovaniya ratsionov molochnogo stada. Elektronika info, 2013, nr 7, p. 36-39.

[9] Senkov A.G.: Resheniye zadachi rascheta sbalansirovannogo ratsiona kormleniya KRS metodom lineynogo programmirovaniya. Vestnik VNIIMZH, 2013, nr 11, p.144-147.